

传递函数-自回归模型在地下水埋深估计中的应用

向阳¹, 袁星², 谢正辉², 刘志雨³

(1.广东机电职业技术学院 基础部, 广东 广州 510515;
2.中国科学院大气物理研究所, 北京 100029; 3.水利部水文局, 北京 100053)

摘要: 本文利用回归分析方法标定传递函数模型的参数, 并利用自回归模型将残差转化为白噪声, 建立降水估计地下水埋深的传递函数-自回归模型, 将其应用于资料缺乏地区浅层地下水埋深的估计。结果表明利用上述方法进行参数标定所得模拟具有较高的精度, 对于改进资料缺乏地区地下水埋深的估计具有重要意义。该模型为利用降水估计地下水埋深提供了一种简洁实用的方法。

关键词: 地下水埋深; 传递函数模型; 自回归模型; 相关系数

中图分类号: P641.74

文献标识码: A

文章编号: 1000-6352(2006)04-0055-05

1 引言

在全球总水量中,海洋占97%以上,偏远而难以利用的两极冰帽及冰川约占2%,其余不到1%才是人类可取用的水资源,而其中地下水的储存总量居冠。由于地表水资源有限,且地区、年际间分布不均,在许多干旱地区,地下水是主要或甚至是唯一的水资源。随着经济增长和人口增加,农业、工业及生活用水的需求量日益增加,部分地区已出现了地下水的过量开采,造成地下水位的大幅下降,引起地面沉降和其他生态环境问题。因此,研究地下水位的动态变化具有重要现实意义。

目前应用的地下水埋深估计模型可分为确定性模型和随机性模型。确定性模型主要建立在大量的动力方程的基础上,通过求解合适的控制方程来预测未知的系统状态。这些模型具有物理意义明显,对长时间序列模拟较稳定等特点。它们的建立需要导出控制方程,而且必须知道相关的水文地质参数和其他的条件(例如边界条件和初始条件)。随机性模型是利用概率统计分析方法和已有观测资料来推测总体的规律性。常见的随机性方法主要有:成因模糊综合分析法^[1]、人工神经网络、Kalman滤波、遗传算法^[2]、支持向量机

(Support Vector Machine)^[3]、小波变换法分析宏观周期性^[4]、灰色模型^[5-6]、叠加模型^[7-8]、回归分析法^[9-10]、关联分析法等方法。

上述地下水埋深估计的随机性方法大致可分为两类:一类是基于地下水埋深序列本身的特性进行拟合和预报,如文献[4~8],这类方法具有易于获取建模资料且有较高的短期预报精度等特点,但在模拟长时间地下水埋深时,精度偏低且计算量大;另一类通过分析地下水埋深和预测因子(如降水量、蒸发量、人类活动等)的相关性来建立预报模型,如文献[3,9~10],这类模型能够体现一定的物理意义且能较好地模拟长时间地下水埋深序列,但是预测因子资料难以收集,而且所建模型的参数个数过多导致预测模型的不确定性较大,往往表现为模型拟合精度高而预测精度低,从而降低了它的使用范围和价值。

本文通过分析降水和地下水埋深之间的关系,利用传递函数理论和回归分析方法建立了降水估计地下水埋深的统计模型,并对模型残差部分利用自回归模型进行处理,从而使模型误差满足白噪声条件,提高了模拟精度。该模型既体现了地下水埋深与降水的相关关系,又反映了地下水埋深自身的时序关系,为有效估计非平稳的地下水埋深序列提供了一种简便可行的方

收稿日期:2005-12-02

基金项目:国家自然科学基金资助项目(90411007);国家重点基础研究专项经费项目(2005CB321703);中国科学院创新团队国际合作伙伴计划“气候系统模式研发及应用研究”。

作者简介:向阳(1965-),女,湖南怀化人,广东机电职业技术学院讲师,主要研究方向为应用数学。

法。

2 模型及方法描述

2.1 传递函数模型

设 X_t 和 Y_t 分别为两个时间序列时刻 t 的距平,在适当的近似下, X_t 和 Y_t 满足下面的线性关系:

$$\begin{aligned}
 Y_t &= v_0 X_t + v_1 X_{t-1} + v_2 X_{t-2} + \dots \\
 &= (v_0 + v_1 B + v_2 B^2 + \dots) X_t \\
 &= v(B) X_t
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

式中:算子 $v(B)$ 称为传递函数; B 为后退算子, $BZ_t = Z_{t-1}$, Z_t 为一时间序列。显然,该模型的稳定性条件为

$$\sum_{j=0}^{\infty} |v_j| < \infty.$$

在实际情况下, Y_t 不仅与 $X_{t-j}, j=0, 1, 2, \dots$ 有关,而且与 $Y_{t-j}, j=1, 2, \dots$ 有关,于是(1)式变为如下形式

$$(1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r) Y_t = (w_0 - w_1 B - \dots - w_s B^s) X_t \tag{2}$$

$$\text{即 } Y_t = \delta^{-1}(B) w(B) X_t \tag{3}$$

2.1.1 模型的稳定性

采用与 ARMA 模型^[1]类似的方法可以得出(2)式确立模型的稳定性。设 $G_1^{-1}, \dots, G_r^{-1}$ 是 $\delta(B)=0$ 的根,即:

$$\delta(B) = (1 - G_1 B)(1 - G_2 B) \dots (1 - G_r B) \tag{4}$$

用部分分式表示 $\delta^{-1}(B)$ 得:

$$\delta^{-1}(B) = \sum_{i=1}^r \frac{K_i}{1 - G_i B} \tag{5}$$

仅当 $|G_i| < 1, i=1, 2, \dots, r$ 时, $\delta^{-1}(B)$ 才可表示成收敛级数,亦即 $\delta(B)=0$ 的根必须在单位圆外时 $\delta^{-1}(B)w(B)$ 才收敛,也就是模型达到稳定。

因此,平稳性条件可以表述为 $\delta(B)$ 的零点必须在单位圆外。

2.1.2 模型的可逆性

利用对偶原理^[1],方程(2)的可逆性问题实际上可以化归为下方程的稳定性问题。

$$X_t = \frac{1}{w_0} (1 - \frac{w_1}{w_0} B - \dots - \frac{w_s}{w_0} B^s)^{-1} (1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r) Y_t \tag{6}$$

记 $\Omega(B) = 1 - \frac{w_1}{w_0} B - \dots - \frac{w_s}{w_0} B^s$,则由上面的讨论可知,(6)式的稳定性条件为 $\Omega(B)=0$ 的根必须在单位圆外。

所以,方程(2)的可逆性条件可以表述为 $\Omega(B)$ 的零点必须在单位圆外。

2.1.3 模型的简化

由上面的讨论可知,若(2)式所确定的模型满足稳定性条件,即 $\delta^{-1}(B)$ 可展开成收敛的无穷级数的形式,

即 $\delta^{-1}(B) = \sum_{i=1}^r K_i \sum_{j=0}^{\infty} G_i^j B^j$,则方程(3)可化为:

$$Y_t = w(B) \sum_{i=1}^r K_i \sum_{j=0}^{\infty} G_i^j B^j X_t \tag{7}$$

在满足计算精度要求的情况下,取收敛级数的有限项(不妨记为前 m 项),则由(1)式定义但仅含有限项的传递函数模型参数就可以确定,记为:

$$Y_t = v(B) X_t \tag{8}$$

式中: $v(B) = w(B) \sum_{i=1}^r K_i \sum_{j=0}^m G_i^j B^j$ 。

这样,降水序列 X_t 作为输入,地下水埋深序列 Y_t 作为输出的传递函数模型由(8)式确定。

2.2 自回归模型

对由(8)式确定传递函数的残差进行检验,看其是否符合白噪声要求。如果误差并非为白噪声,则对其用自回归模型进行处理,得到残差的估计模型。设残差序列为 E_t ,则估计残差的自回归模型可以表述为:

$$\phi(B) E_t = a_t \tag{9}$$

式中: a_t 是方差为 σ_a^2 的白噪声序列。

3 模型检验及应用

以甘肃省张掖市乌江乡谢家湾 30 号井为例,建立月降水序列估计地下水埋深序列的传递函数-自回归模型。

3.1 月降水量序列和地下水埋深序列的平稳化处理

图 1(a)是 1983 年至 2000 年谢家湾月降水量和地下水埋深的一个对比,可见两个序列都有明显的季节性变化。通过计算地下水埋深序列的功率谱^[2]后发现其主周期为 12 个月,如图 1(b)所示;降水序列也有类似结论。因此,本文采取将每月值减掉该月多年平均值的方法来消除序列的季节性。另外,经过计算后发现,地下水位序列具有一定的趋势性,故采用线性函数来对其进行逼近。设降水和地下水埋深原序列分别为 \bar{P}_t, \bar{S}_t ,经过平稳化处理后的序列分别为 P_t, S_t 。它们满足如下关系

$$P_t = \bar{P}_t - \bar{P} - P_{month} \tag{10}$$

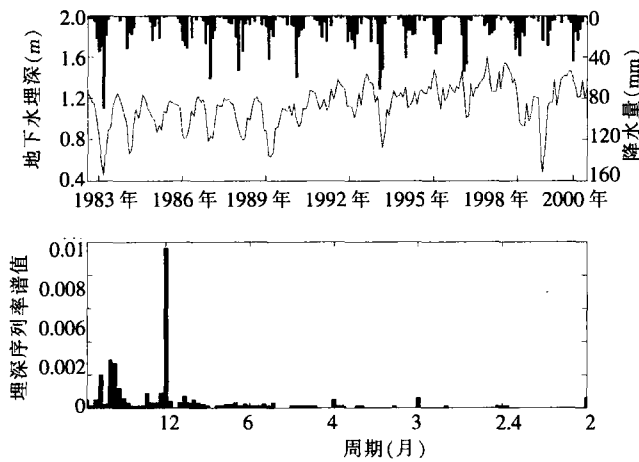


图1 (a)谢家湾月降水量和地下水埋深比较
(b)地下水埋深序列功率谱图

$$S_t = \bar{S}_t - \bar{S} - S_{month,t} - 0.001\epsilon_t + 0.165 \quad (11)$$

其中 \bar{P}, \bar{S} 分别为降水序列和地下水埋深序列的平均值, P_{month}, S_{month} 分别为记录多年月降水的平均值和多年地下水埋深平均值的周期函数, $t=1$ 的时刻为1983年1月。

3.2 月降水量和地下水埋深的相关性分析

从图1(a)可以看出降水和地下水埋深呈明显的负相关。通过计算降水和地下水埋深的滞后相关系数^[13]后发现,地下水埋深和前一个月的降水相关性最为密切。表1列出了平稳化后的地下水埋深序列 S_t 和月降水序列 P_t 之间的滞后相关系数。

下面对这些相关系数进行显著性检验^[14]。

在假设总体相关系数 $r=0$ 成立的条件下,样本相关系数 ρ 的概率密度函数服从 t 分布,因此可以用 t 检验来对 ρ 进行显著性检验。构造遵从自由度 $v=n-2$ 的 t 分布统计量:

$$t = \left| \frac{\sqrt{n-2} \rho}{\sqrt{1-\rho^2}} \right| \quad (12)$$

给定显著性水平 $\alpha=0.05$,若 $t > t_\alpha$,则拒绝原假设,认为相关系数是显著的。注意到对应于 ρ_r 的样本容量

为 $n_r = 216 - r$,通过检验后发现, $\rho_i (i=0, 1, 2)$ 通过了显著性检验,说明 S_t 和 P_t, P_{t-1}, P_{t-2} 具有显著的相关性。同理,通过对 S_t 序列的滞后自相关系数的显著性检验后发现 S_t 和 S_{t-1}, S_{t-2} 具有显著的相关性。

3.3 传递函数模型的建立

基于上述相关性分析,地下水埋深序列 S_t 和月降水序列 P_t 满足下面的回归方程

$$S_t = \delta_1 S_{t-1} + \delta_2 S_{t-2} + w_0 P_t + w_1 P_{t-1} + w_2 P_{t-2} \quad (13)$$

原样本容量为216,取前156个样本来标定方程,后面60个用来检验结果。利用最小二乘法估计方程的参数,得到:

$$S_t = 0.7896 S_{t-1} - 0.0926 S_{t-2} - 0.0022 P_t - 0.0011 P_{t-1} + 0.0003 P_{t-2} \quad (14)$$

下面对回归方程(14)进行统计检验^[14]。

3.3.1 回归方程效果检验

构造统计量 $F = \frac{U/m}{Q/(n-m-1)}$,其中 $m=5$ 为方程未知

量个数, $n=156$ 为样本容量, $U = \sum_{i=1}^n (\hat{S}_i - \bar{S}_i)^2$ 为回归平方

和, $Q = \sum_{i=1}^n (S_i - \hat{S}_i)^2$ 为残差平方和。

(1)提出假设 $H_0: \delta_1 = \delta_2 = w_0 = w_1 = w_2 = 0$ 。

(2)当 H_0 为真时, F 遵从分子自由度为 m ,分母自由度为 $n-m-1$ 的 F 分布^[12]。

计算可得 $F=49.99$,复相关系数 $R=0.79$ 。给定显著性水平 $\alpha=0.05$,可得 $F_{0.05}(5, 150)=2.21$,满足 $F > F_\alpha$ 。所以拒绝原假设,回归方程在水平 $\alpha=0.05$ 上具有显著意义。

3.3.2 自变量作用的检验

设 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 , 分别为方程(13)中 $\delta_1, \delta_2, w_0, w_1, w_2$ 的估计值。对第 i 个自变量构造统计量

$$F_i = \frac{b_i^2 / c_i}{Q/(n-2)} \quad (i=1, \dots, 5), c_i = \left[\sum_{t=1}^n (x_{it} - \bar{x}_i)^2 \right]^{-1}, Q \text{ 为残差平方和。}$$

(1)提出假设 $H_0: \delta_1=0$ 或 $\delta_2=0$ 或 $w_0=0$ 或 $w_1=0$ 或

表1 地下水埋深距平序列和降水距平序列的滞后相关系数表

均方差		滞后(月)					
地下水埋深(m)	月降水量(mm)	ρ_0	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
0.14	10.04	-0.15	-0.22	-0.17	-0.07	-0.06	-0.04

$w_2=0$ 。

(2)当 H_0 为真时,统计量 F_i 遵从分子自由度为 1, 分母自由度为 $n-2$ 的 F 分布^[12]。给定显著性水平 $\alpha=0.05$, 计算得 $F_{0.05}(1, 154)=3.84$ 。 $F_1=257.48, F_2=3.57, F_3=18.72, F_4=4.66, F_5=0.38$ 。所以在水平 $\alpha=0.05$ 上, 自变量 S_{t-1}, P_t, P_{t-1} 对方程的作用明显, 而 S_{t-2}, P_{t-2} 对方程的作用不明显。

利用前面定义的后退算子 B , 方程(14)可以变为:

$$S_t = \frac{-0.0022 - 0.0011B + 0.0003B^2}{1 - (0.7896B - 0.0926B^2)} P_t \quad (15)$$

将(15)式右端 P_t 的系数按无穷级数展开, 略掉高阶小项, 则有:

$$S_t = (-0.0022 - 0.0028B - 0.0017B^2 - 0.0011B^3) P_t \quad (16)$$

注意到, $B^i P_t = P_{t-i}, i=0, 1, 2, 3$, (16)式可写成:

$$S_t = -0.0022P_t - 0.0028P_{t-1} - 0.0017P_{t-2} - 0.0011P_{t-3} \quad (17)$$

3.4 残差分析

传递函数模型残差的自相关函数和偏自相关函

数^[15]如图 2(a)和(b)所示。可以看出, 自相关函数值明显大于零, 且并非在零附近波动, 说明模型残差序列还不是白噪声, 需用自回归模型进行处理。从偏自相关系数图中观察发现滞后一个月的值明显高于置信水平, 故自回归模型阶数初步定为一阶。

用最小二乘法估计出自回归模型的系数后, 方程(9)变为:

$$E_t = 0.76E_{t-1} + a_t \quad (18)$$

经过自回归处理后模型残差的相关系数如图2(c)和(d)所示, 可见此时的残差序列已无明显的自相关性, 可近似看作白噪声。方程(17)变为

$$S_t = -0.0022P_t - 0.0028P_{t-1} - 0.0017P_{t-2} - 0.0011P_{t-3} + E_t \quad (19)$$

图 3 是误差处理前后模型模拟结果比较, 可见由(19)预报的结果比(17)预报的结果有了明显的改善。估计误差前, 模型绝对误差的平均值为 0.091m, 绝对误差的最大值为 0.752m; 修正误差后, 模型绝对误差的平均值为 0.068m, 绝对误差的最大值为 0.617m。因此, 用自回归模型对传递函数模型进行误差估计是富有成效的。

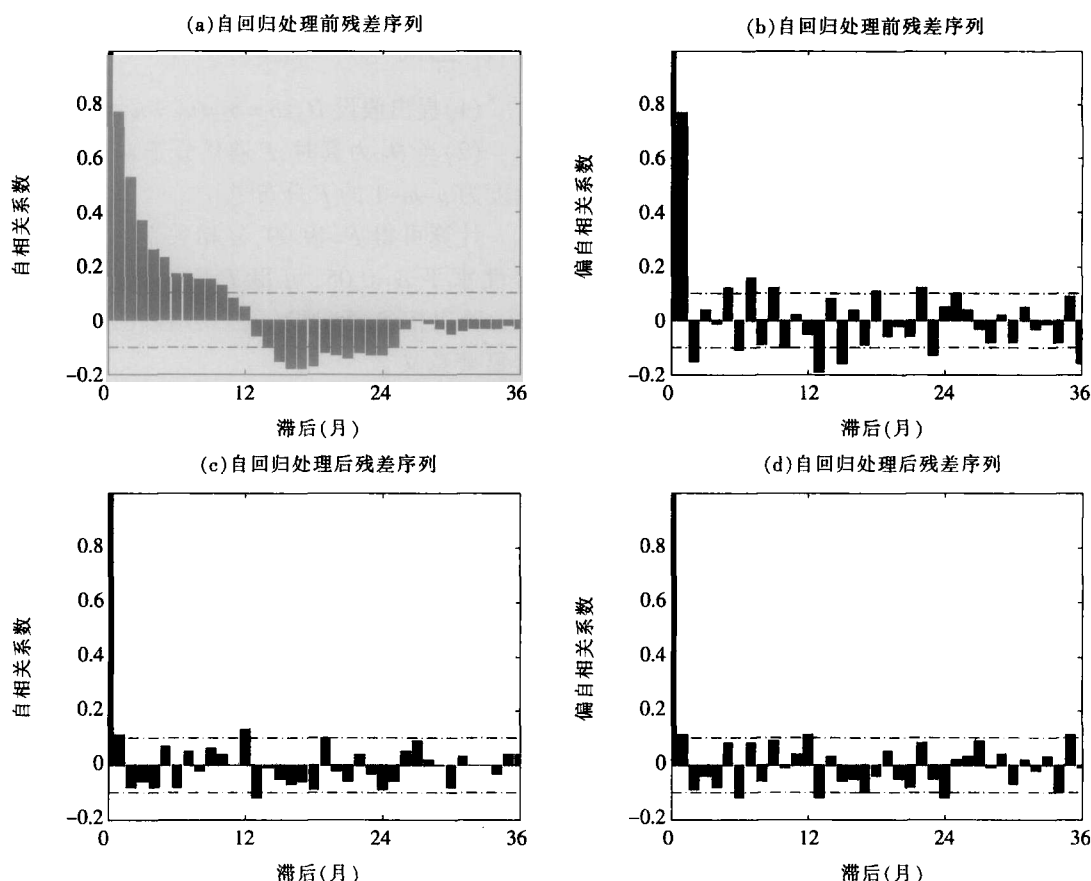


图2 自回归处理前后模型残差的自相关系数和偏自相关系数图(虚线为误差置信区间)

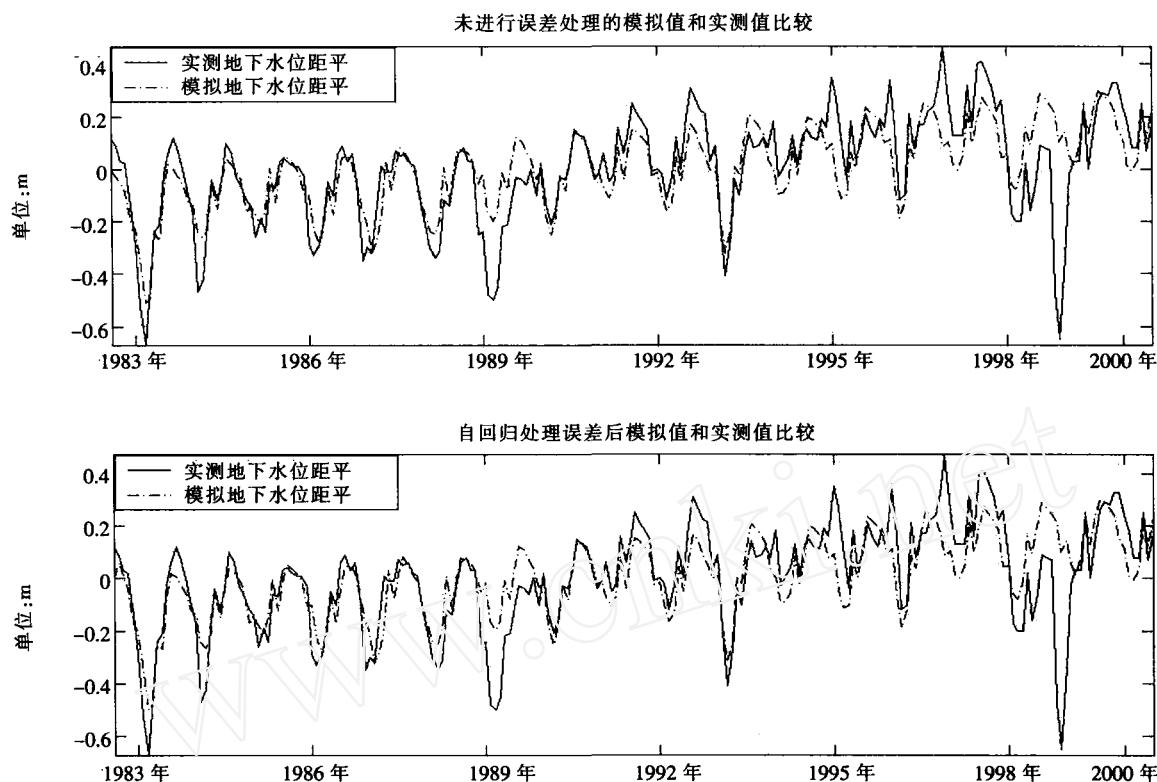


图3 未经误差处理和经过误差处理的地下水埋深模拟结果比较图

最后,张掖市谢家湾地下水埋深估计模型可以表示为

$$\begin{aligned} \bar{S}_t = & \bar{S} + S_{month} + 0.0016t - 0.165 - 0.0022P_t - 0.0028P_{t-1} \\ & - 0.0017P_{t-2} - 0.0011P_{t-3} + E_t \end{aligned} \quad (20)$$

4 结语

降水与地下水埋深之间存在明显的滞后相关。基于这一事实,本文利用回归分析方法和传递函数理论地下水埋深估计方程,通过残差分析,发现并非白噪声序列。因此采用自回归模型对模型残差进行修正,即建立了降水估计地下水埋深的传递函数-自回归模型。该模型既体现了地下水埋深与降水的相关关系,又反映了地下水埋深自身的时序关系。数值实验表明,利用自回归处理残差后的模型模拟效果有明显改善,且对地下水埋深长时间序列的模拟也有较高精度。

参考文献:

- [1] 时光新.地下水埋深估计的模糊模式识别法[J].工程勘察,1999,4:39-43.
- [2] 金菊良,丁晶,魏一鸣.基于遗传算法的门限自回归模型在浅层地下水埋深预测中的应用[J].水利学报,1999,6:51-55.
- [3] 王景雷,吴景社,孙景生,等.支持向量机在地下水埋深预测中的应用研究[J].水利学报,2003,5:122-128.
- [4] 吴东杰,王金生,滕彦国.小波分解与变换法预测地下水埋深动态[J].水利学报,2004,5:39-45.
- [5] 阳宝吉.运用灰色马尔柯夫链模型预报地下水埋深[J].工程勘察,1994,5:44-46.
- [6] 孙才志,潘俊.修正的灰色预测模型在水文时间序列分析中的应用[J].工程勘察,2000,3:23-26.
- [7] 张伟,徐建华.非平稳序列地下水埋深动态序列分析及预测[J].工程勘察,2000,1:20-22.
- [8] 成绍华.地下水埋深动态随机模拟[J].工程勘察,1994,3:40-42.
- [9] 李云峰.大交盆地地下水埋深动态分析及预报[J].勘察科学技术,1995,1:25-28.
- [10] 张子贤.最小二乘估计的异常现象与地下水埋深预报的零回归模型[J].地下水,2002,3:12-13.
- [11] BOX E P G, JENKINS D M. Time Series Analysis Forecasting and Control [M]. Holden Day, 1976.
- [12] 魏凤英.现代气候统计诊断与预测技术[M].北京:气象出版社,1999.
- [13] Changnon S A, Huff F A, Hsu C F. Relations between Precipitation and Shallow Groundwater in Illinois [J]. J. Climate, 1988,12(6):1239-1250.
- [14] 黄嘉佑.气象统计分析与预报方法[M].北京:气象出版社,1990.
- [15] Tankersley C D, Graham W D, Hatfield K. Comparison of univariate and transfer function models of groundwater fluctuations [J]. Water Resources Research, 1993, 29(10):3517-3533.

(下转第93页)

用洪水排污、回补地下水、增加洼淀湿地,恢复、改善生态环境。

4.1 稀释水体,改善河道水质

在保证防汛安全的前提下,利用下泄洪水冲洗河道,使滞留于河道的污水被泄掉,换上干净的洪水。被洪水置换后的河道水质,既能基本满足农田灌溉要求,又使河道两岸居民的生活环境得到改善。

4.2 科学调度,充分利用

洪水也是宝贵的淡水资源,改变传统的洪水“入海为安”的观点。用洪水灌湖灌库,既给了洪水出路,又蓄积了淡水资源,为后期可能出现的干旱作好水源储备。充分利用洪水,将洪水资源化,使之为人民生活和社会经济发展服务。

4.3 反哺生态,改善环境

利用洪水补充地下水资源,是减缓地面沉降、保护地下水生态最经济的方法。对洪水进行资源化管理可以有限的恢复地下水位,避免地下水漏斗面积的扩大。可以缓解地下水位急剧下降的局面,在一定程度上还可以逐步恢复地下水位。

4.4 充分利用汛期洪水,进行流域水量的配置

加强全流域水量统一调度的同时,充分利用汛期来水较多的时机,抬高水位、拦蓄洪水。黑河分水也是利用汛期发生洪水、水量较大的时机,全线集中闭口向下游输水,使沿线生态再现生机,干涸多年的东、西居延海再现碧波。从流域实际情况出发,按照新时期治水思路 and 理念,全过程、全方位、多角度地转变“入海为安”的思想,统筹防洪减灾和兴利,综合运用系统论、风险管理、信息技术等现代理论、管理方法、科技手段和利用工程措施,实施有效洪水管理,

对洪水资源进行合理配置,在保障防洪安全的同时,努力增加水资源的有效供给,维系良好生态,为全面建设小康社会提供有力支撑。

5 结语

黑河流域洪水水资源是黑河水资源的重要组成部分。洪水既可能形成灾害,也是宝贵的水资源,黑河流域水资源短缺,流域生态环境脆弱,供需矛盾突出。应加快洪水资源化进程,利用洪水自身有利的一面,重新与洪水和谐相处,减害增利,最大限度地挖掘洪水对于促进流域内经济社会和生态环境可持续发展的作用,获得经济和环境方面的双重收益。

参考文献:

- [1] 黄河水文水资源科学研究所.黑河流域水资源开发利用现状与存在问题研究[R].1999.3.
- [2] 黄河水利委员会黑河流域管理局.黑河流域水资源评价利用及分配方案研究[R].1999.3.
- [3] 王家驹.中国暴雨[M].北京:中国水利水电出版社,2002.
- [4] 甘肃省水利厅.甘肃省水资源公报[R].2002.
- [5] 刘春霖.论最大限度地将汛期暴雨洪水转变为可利用水的问题[J].人民黄河,1989(4).
- [6] 牛最荣,扈祥来,马正耀,等.甘肃省暴雨参数研究[M].兰州:兰州大学出版社,2004.
- [7] 甘肃水旱灾害编委会.甘肃水旱灾害[M].郑州:黄河水利出版社,1996.
- [8] 高前兆,作彦卿.河西内陆河流域的水循环分析[J].水科学进展,2004,15(3).

Analysis and Exploration on Flood Water Resources in Heihe River Basin

Ma Zhengyao

(Gansu Provincial Hydrology and Water Resources Investigation Bureau, Lanzhou, Gansu, 730000)

Abstract: Heihe River ranks No. 2 of inland rivers in China, the river basin is in shortage of water resources with deteriorated ecosystem and frequent water conflicts. This article analysed the ratio between annual runoff and maximum flood water for 30d and 60d at Yingluoxia Hydrology Station in main stream of Heihe River as well as ratio between flood water proportion and average daily water flow and raised some thinking on flood water utilization, which are helpful for getting further understand on flood water resources in Heihe River Basin and speeding up the process of taking flood water as resources.

Key words: water resources; flood water resources; flood water resources proportion; Heihe River.

(上接第59页)

Application of Transfer Function-Autoregressive Model in Estimation of Groundwater Depth

XIANG Yang¹, YUAN Xing², XIE Zheng-hui², LIU Zhi-yu³

(1. Guangdong Vocational College of Mechanical & Electrical Technology, Guangzhou 510515, China;

2. Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China;

3. Bureau of Hydrology, Ministry of Water Resources, Beijing 100053, China)

Abstract: A transfer function-autoregressive (TF-AR) model is established to estimate groundwater depth in data missing areas. Firstly, transfer function (TF) model is calibrated by regressive analysis. Then, autoregressive model is applied to pre-whiten the residual of the TF model. The case study shows that TF-AR model has prominent fit, which is important to estimate groundwater depth by using precipitation data.

Key words: groundwater depth; transfer function model; autoregressive model; correlation coefficient